الجامعة العربية الخاصة للعلوم والتكنولوجيا
كلية الهندسة المعلوماتية
السنة الثانية-دارات منطقية

# الجلسة الرابعة – القسم العملي

# مخطط كارنوف

م.هلا معروف م.رزان رسلان

## مخططات كارنو:Karnaugh Map

### مخطط كارنو لمتحولين:

| A \ B | 0 | 1 |
| --- | --- | --- |
| 0 | $\overline{A}\,\overline{B}$ | $\overline{A}B$ |
| 1 | $A\overline{B}$ | $AB$ |

**مخطط كارنوف بمتحولين**

إذا كان المتحول المنطقي (1) فنعبر عنه بـ : $A$ أو $B$

أما إذا كان المتحول المنطقي (0) فنعبر عنه بـ: $\overline{A}$ أو بـ $\overline{B}$

**<u>مثال١</u>**

بسط التابع المنطقي الآتي وذلك بالطريقتين الآتيتين:

$$Y = \overline{A}\,\overline{B} + \overline{A}B$$

1. باستخدام قواعد الجبر المنطقي
2. باستخدام مخطط كارنو

**الحل:**

باستخدام الطريقة الأولى نجد:

$$Y = \overline{A}\,\overline{B} + \overline{A}B$$

$$= \overline{A}\left(\overline{B} + B\right)$$

$$= \overline{A}$$

باستخدام الطريقة الثانية :

1. نرسم مخطط كارنو.

2. نضع في الخلايا (1,0) حسب الترقيم العشري المبين جانبأ الرقم(1)منطقي وهي الخلايا الموافقة لحدود التابع Y وهما الحدان ونضع $\bar{A}B$ و $\bar{A}\bar{B}$ في الخلايا الباقية الرقم (0) منطقي أو تبقى فارغة

3. نعبر عن الواحد ين في الخليتين (1,0) بـ $\bar{A}$ كما في الشكل (5-27)

| A \ B | 0 | 1 |
|---|---|---|
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | | |

$\rightarrow \bar{A}$

**الشكل (5-27)**

إذاً التابع المبسط النهائي هو: $Y = \bar{A}$

ونلاحظ أن النتيجة في الطريقتين السابقتين متطابقة .

**<u>مثال٢</u>**

بسط التابع المنطقي الآتي :

$$Y = \bar{A}\bar{B} + A\bar{B} + AB$$

**<u>الحل:</u>**

1. نرسم مخطط كارنو

2. نضع في الخلايا (3,2,0) الرقم(1)وهي الخلايا الموافقة لحدود التابع Y

3. نعبر عن الخليتان (2,0) بـ $\overline{B}$

4. نعبر عن الخليتان (2,3) بـ A

حيث تم اختصار ( $\overline{A}$ ) في الخلية (0) مع (A) في الخلية (2) واختصار ( $\overline{B}$ ) في الخلية (2) مع (B) في الخلية (3) .وهذا تطبيق لقاعدة جبر بول الآتية:

$$\overline{A} + A = 1$$

| A \ B | 0 | 1 |
|---|---|---|
| 0 | 1 | |
| 1 | 1 | ١ |

$\overline{B}$

$$Y = A + \overline{B}$$

**مخطط كارنو لثلاث متحولات:**

يبين الشكل (5-30) مخطط كارنو لثلاثة متحولات والحدود المعبرة عن كل خلية من خلايا مخطط كارنو .

| AB \ C | 0 | 1 |
| --- | --- | --- |
| 00 | $\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$ | $\overline{A}\,\overline{B}C$ |
| 01 | $ABC$ | $\overline{A}BC$ |
| 11 | $AB\overline{C}$ | $ABC$ |
| 10 | $A\overline{B}\,\overline{C}$ | $A\overline{B}C$ |

**الشكل (5-30)**

**<u>يمكن تلخيص الخطوات المتبعة في الاختصار عند استخدام مخطط كارنو لثلاث متحولات على الشكل الآتي:</u>**

1. يتم التعبير عن كل أربع واحدات بمتحول واحد.
2. نعبر عن كل مجموعة مكونة من واحدين بمتحولين.
3. نعبر عن الواحد المنفرد بثلاث متحولات.
4. المخطط قابل للالتفاف أي وكأن حافتيه العلوية والسفلية متصلتان إحداهما بالأخرى ، وكذلك الأمر بالنسبة للحافتين اليمنى واليسرى لتشكيل مجموعات متجاورة .
5. يمكن استخدام الواحد ضمن المجموعات أكثر من مرة.
6. التابع المنطقي هو تابع OR للمتحولات (مجموع الواحدات) أو (مجموع الجداءات).

**<u>مثال٣</u>**

اكتب التابع المنطقي الآتي بأبسط صيغة :

$$Y = A\cdot B\cdot C + A\cdot \overline{B}\cdot \overline{C} + A\cdot \overline{B}\cdot C + A\cdot B\cdot \overline{C}$$

**الحل:**

1. نرسم مخطط كارنو لثلاث متحولات كما هو مبين في الشكل (5−41).

2. نضع واحد في كل خلية توافق حداً من حدود التابع وهي الخلايا (4,5,6,7) .

3. نعبر عن كل أربع واحدات بمتحول واحد .

| AB \ C | 0 | 1 |
|---|---|---|
| 00 | | |
| 01 | | |
| 11 | 1 | 1 |
| 10 | 1 | 1 |

A

**الشكل (5−41)**

**مخطط كارنو للتابع y**

ونحصل على التابع المنطقي النهائي وهو: $Y = A$

## مثال٤:

اكتب التابع الآتي بأبسط صيغة :

$$Y = \overline{A}\,\overline{B}C + \overline{A}BC + ABC$$

| A \ C | 0 | 1 |
| --- | --- | --- |
| 00 | | 1 |
| 01 | | 1 |
| 11 | | 1 |
| 10 | | |

$\bar{A}C$

$BC$

الشكل (5-42)

**مخطط كارنو للتابع y**

ونحصل على التابع المنطقي النهائي المبسط وهو:

$$\Rightarrow Y = \bar{A}C + BC$$

## مخطط كارنو لأربع متحولات:

بدايةً نجمل الخطوات المتبعة في الاختصار عند استخدام مخطط كارنولأربعة متحولات بما يلي:

1. يعبّر عن كل ثماني واحدات بمتحول واحد.
2. يعبّر عن كل أربع واحداتموجودة بأربع خلايا متجاورة بمتحولين.
3. يعبّر عن كل واحدين متجاورين بثلاثة متحولات.
4. الواحد المنفرد يعبر عنه بأربعة متحولات وذلك إذا لم نتمكن من إضافته إلى أي مجموعة .
5. يمكن استخدام الواحد أكثر من مرة إذا لزم لتكوين تجمعات من واحدات.
6. المخطط قابل للطي في الاتجاهين الأفقي والعمودي( قابل للالتفاف ).

(أي وكأن حافتيه العلوية والسفلية متصلتان إحداهما بالأخرى ، وكذالك الأمر بالنسبة للحافتين اليمنى واليسرى لتشكيل مجموعات متجاورة ).

| AB \ CD | 00 | 01 | 11 | 10 |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 00 | $\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$ | $\bar{A}\bar{B}\bar{C}D$ | $\bar{A}\bar{B}CD$ | $\bar{A}\bar{B}C\bar{D}$ |
| 01 | $\bar{A}B\bar{C}\bar{D}$ | $\bar{A}B\bar{C}D$ | $\bar{A}BCD$ | $\bar{A}BC\bar{D}$ |
| 11 | $AB\bar{C}\bar{D}$ | $AB\bar{C}D$ | $ABCD$ | $ABC\bar{D}$ |
| 10 | $A\bar{B}\bar{C}\bar{D}$ | $A\bar{B}\bar{C}D$ | $A\bar{B}CD$ | $A\bar{B}C\bar{D}$ |

## مثال٥:

بسط التابع المنطقي الآتي:

$$Y = \bar{A}BC + ABCD + ACD + C\bar{D} + \bar{A}B + AB\bar{C}\bar{D}$$

$$\bar{A}\bar{B}CD + ABC + ABD$$

## الحل:

| AB \ CD | 00 | 01 | 11 | 10 |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 00 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 01 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 11 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 10 | 0 | 0 | 1 | 1 |

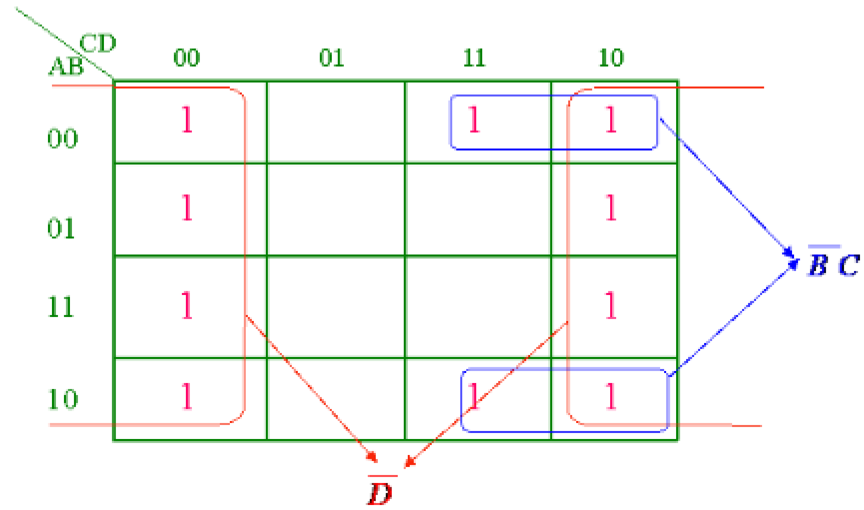
$C$

$B$

## مثال٦:

$$Y = \overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D} + \overline{A}B\overline{C}\,\overline{D} + AB\overline{C}\,\overline{D} + \overline{A}\,\overline{B}CD + A\overline{B}CD + \overline{A}\,\overline{B}C\overline{D} + \overline{A}BC\overline{D}$$
$$+ ABC\overline{D} + A\overline{B}C\overline{D}$$

**<u>الحل:</u>**




وبالتالي:

$$Y = \overline{B}C + \overline{D}$$